

ОМАРОВ МӘДИ ТӨЛЕГЕНҰЛЫ

КАНОНДЫҚ ЕМЕС АЙМАҚТАРДАҒЫ ДИФФУЗИЯЛЫҚ- ТОЛҚЫНДЫҚ ТЕНДЕУЛЕР

8D05401-Математика білім беру бағдарламасы бойынша философия докторы (PhD) дәрежесін алу үшін дайындаған диссертациясының АННОТАЦИЯСЫ

Тақырыптың өзектілігі. Зерттеудің классикалық іргетасын параболалық теңдеулер және облыс геометриясы өзгеретін есептер жөніндегі еңбектер құрайды. М. Жевре еңбегі параболалық типтегі теңдеулерді аналитикалық зерттеудің негізін қалады; кейін жалпы теорияны А. Фридман жүйеледі, еркін және қозғалмалы шекаралары бар есептерді Дж. Крэнк жан-жақты зерттеді, ал жылуөткізгіштік пен шеттік есептердің бірөлшемді теориясын Дж. Р. Кэннон дамытты. Сонымен бірге айнымалы геометриялы облыстарға көшу интегралдық-операторлық әдістердің рөлін табиғи түрде күшейтеді. Бұл тұрғыдан Г. Х. Харди мен Э. К. Титчмарштың «An integral equation» мақаласы, Ф. Г. Трикомидің монографиясы, Грипенберг, Лонден және Стаффанстың іргелі еңбегі, Т. А. Бёртонның монографиясы, сондай-ақ әлсіз сингулярлы интегралдық-алгебралық және интегралдық-дифференциалдық теңдеулер бойынша зерттеулер принциптік маңызға ие.

Бөлшек ретті дифференциалдық теңдеулер үшін шеттік есептерді зерттеуде А. Н. Герасимов пен М. Капутоның еңбектері, сондай-ақ М. М. Джрбашянның зерттеулері маңызды рөл атқарады. Бөлшек интегралдар мен туындылар теориясының, кейіннен бөлшек дифференциалдық теңдеулердің жүйелі баяндалуы С. Г. Самко, А. А. Килбас, О. И. Маричев, И. Подлубный, Х. М. Сривастава және Х. Х. Трухильо, К. Дитхельм монографияларында, сондай-ақ Р. Хильфер редакциялаған ұжымдық кітапта берілген. Бұл зерттеулердің физика-математикалық уәжі жады мен мұрагерлік қасиеттері және аномальды тасымалы бар процестерді модельдеумен байланысты; осы бағытта Р. Р. Нигматуллин, Р. Метцлер және Дж. Клафтердің еңбектерін атап өту қажет. Бұл жұмыстар бөлшек теңдеулердің баяу диффузиялық және релаксациялық процестерді сипаттаудың табиғи құралы ретінде қалыптасуына ықпал етті.

Бөлшек-диффузиялық және диффузиялық-толқындық теңдеулерді аналитикалық зерттеуде арнайы функциялар аппараты, ең алдымен Райт және Миттаг-Леффлер функциялары шешуші рөл атқарады. Оның бастауы Э. М. Райт еңбектерінен басталады. Кейінірек Райт функциясының қасиеттері, оның бөлшек ретті теңдеулердің фундаменталдық шешімдерімен байланысы және масштабтық инварианттылығы Р. Горенфло, Ю. Лучко және Ф. Майнарди

тарапынан жан-жақты зерттелді. Ф. Майнардиның бөлшек диффузиялық-толқындық теңдеудің фундаменталдық шешімдері туралы нәтижелері және жадысы бар орталардағы толқындар мен релаксация теориясын монографиялық баяндауы да маңызды.

Бөлшек-диффузиялық және диффузиялық-толқындық теңдеулер теориясының өзі бөлшек диффузияның алғашқы модельдері мен сәйкес фундаменталдық шешімдерден бастап шектелген облыстардағы шеттік есептерге, максимум принциптеріне және бастапқы-шеттік қойылымдарға қарай дамыды. В. Р. Шнайдер мен В. Вайсстың, А. Н. Кочубейдің, С. Д. Эйдельманның еңбектері уақыт бойынша бөлшек реттілік классикалық жылжуөткізгіштік теңдеуінің жай ғана формалды түрлендірілуі емес, фундаменталдық шешімнің басқа құрылымына және бар болудың жаңа мәселелеріне алып келетінін көрсетті. Кейін О. П. Агравал, Ю. Лучко, К. Сакамото және М. Ямамото шеттік және бастапқы-шеттік есептерді зерттеп, шешімдердің бар болуы, жалғыздығы және қасиеттері жөнінде нәтижелер орнатты. Алайда дәл бейканондық және цилиндрлік емес облыстар үшін бұл теория айтарлықтай аз дамыған.

А. В. Псху еңбектерін де атап өтеміз; оларда бөлшек теңдеу үшін шеттік есептің шешімі, Грин функциясы әдісімен шешімдерді құру, бөлшек ретті дербес туындылы теңдеулер бойынша монография, бөлшек ретті диффузиялық-толқындық теңдеудің фундаменталдық шешімі, сондай-ақ цилиндрлік емес облыстағы бірінші шеттік есеп алынған. Көпөлшемді облыстар үшін Грин функциялары туралы жұмыс ерекше орын алады, өйткені ол диссертацияның тақырыбымен тікелей сабақтас: онда күрделі геометриялы облыстардағы Грин функциялары мен интегралдық көріністер негізгі объектілер болып табылады.

А. Кубица, П. Рыбка және К. Рышевскаяның цилиндрлік емес облыстардағы әлсіз шешімдер туралы еңбектерін, сондай-ақ бейканондық облыстардағы шеттік есептерге арналған А. В. Псху, М. И. Рамазанов, Н. К. Гульманов және С. А. Искаков еңбектерін де атап өтеміз.

Диссертациялық зерттеудің өзектілігі бейканондық облыстардағы бөлшек-диффузиялық және диффузиялық-толқындық теңдеулер үшін шеттік есептер теориясын одан әрі дамыту қажеттілігімен айқындалады. Мұнда ең маңызды үш өзара байланысты жағдай бар: бөлшек операторлардың уақыт бойынша бейлокалдық сипаты, шешім облысының күрделі геометриясы және осыдан туындайтын жаңа Грин функцияларын, бөлшек-диффузиялық потенциалдарды құру мен Вольтерраның екінші текті сингулярлы интегралдық теңдеулерін зерттеу қажеттілігі. Дәл осы мәселелер жиынтығы диссертациялық жұмыстың негізгі мазмұнын құрайды.

Жұмыстың мақсаты.

Диссертациялық жұмыстың мақсаты — Риман-Лиувилль және Герасимов-Капуто бөлшек операторлары үшін фундаменталдық шешімдер мен Грин функцияларын құру, шешімдердің айқын интегралдық көріністерін алу, бастапқы-шеттік есептерді Вольтерраның екінші текті интегралдық теңдеулеріне келтіру, сондай-ақ қозғалмалы, тарылатын және кеңейетін шекаралары бар азғындаушы облыстарда регулярлы, классикалық және жалпыланған шешімдердің бар болуы мен жалғыздығы шарттарын белгілеу негізінде бейканондық облыстардағы бөлшек-диффузиялық және диффузиялық-толқындық теңдеулерді зерттеудің аналитикалық әдістерін дамыту.

Зерттеу міндеттері:

1. Қарастырылатын есептерді зерттеуге қажетті көмекші аппаратты, оның ішінде жалпыланған функциялардың, Миттаг-Леффлер және Райт функцияларының, сондай-ақ Риман-Лиувилль және Герасимов-Капуто бөлшек операторларының қасиеттерін жүйелеу және нақтылау.

2. Лиувилльдің оң жақты бөлшек туындысы бар сызықтық қарапайым дифференциалдық теңдеу шешімінің интегралдық көрінісін алу және регулярлы шешімнің бар болуы мен жалғыздығы мәселелерін зерттеу.

3. Модельдік облыстарда, атап айтқанда жартыосьте, жартыжазықтықта және айнымалыларды алмастыру арқылы канондық түрге келтірілетін облыстарда Риман-Лиувилль бөлшек операторлары үшін фундаменталдық шешімдер мен Грин функцияларын құру.

4. Тарылатын цилиндрлік емес облыста шексіз жадысы бар бөлшек диффузия теңдеуі үшін шеттік есепті зерттеу, регулярлы шешімнің айқын интегралдық формуласын алу және есепті белгісіз шекаралық тығыздыққа қатысты Вольтерраның екінші текті интегралдық теңдеуіне келтіру.

5. Бұрыштық облыста Лиувилльдің оң жақты бөлшек туындысы бар бөлшек диффузиялық теңдеу үшін Дирихле есебін зерттеу, сәйкес потенциалдың секіріс формулаларын орнату және пайда болатын Вольтерра интегралдық теңдеуінің бірімәнді шешілетінін дәлелдеу.

6. Қозғалмалы диагональды шекарасы бар облыста диффузиялық-толқындық шеттік есепті зерттеудің салмақтық функционалдық схемасын әзірлеу, салмақ параметрлеріне қойылатын шарттарды орнату, классикалық және жалпыланған шешімдердің жалғыздығы мен бар болуы туралы теоремаларды дәлелдеу және зерттелетін есептің Грин функциясын құру.

7. Райт ядросы бар интегралдық түрлендірулерді зерттеу, Станкович түрлендіруі мен Риман-Лиувилльдің оң жақты операторы үшін коммутациялық формулаларды алу, сондай-ақ сәйкес бөлшек теңдеудің экспоненциалдық шешімдерінің бар болу критерийін белгілеу.

Зерттеудің жалпы әдістері.

Диссертациялық жұмыста бөлшек есептеу әдістері, жалпыланған функциялар теориясы, дербес туындылы теңдеулер мен интегралдық теңдеулер теориясының әдістері қолданылды. Шешімдерді құруда Грин функциялары, фундаменталдық шешімдер, бөлшек-диффузиялық потенциалдар, шағылдыру әдісі, облысты ыңғайлырақ түрге келтіретін айнымалыларды алмастырулар, сондай-ақ Лаплас түрлендіруі, синустүрлендіру және Станкович түрлендіруін қоса алғанда, интегралдық түрлендірулер әдістері пайдаланылады. Арнайы функциялар, ең алдымен Миттаг-Леффлер және Райт функциялары, сондай-ақ Шилов-Гельфанд типті ядролар маңызды рөл атқарады. Шеттік есептердің шешілімділігін зерттеу үшін оларды әлсіз немесе сингулярлы ерекшелігі бар Вольтерраның екінші текті интегралдық теңдеулеріне келтіру әдістері, тізбекті жуықтау әдісі, интегралдық операторларды бағалау, сондай-ақ функционалдық анализ әдістері, оның ішінде салмақталған кеңістіктерде жұмыс істеу, енгізулердің компакттылығын дәлелдеу және энергетикалық тождестволар қолданылады. Құрылған шешімдердің бар болуын дәлелдеу бастапқы теңдеулер мен шекаралық шарттарға тікелей қоюға, сондай-ақ сәйкес интегралдардың жинақталу шарттарымен негізделген шектік өтулерге сүйенеді.

Ғылыми жаңалығы.

Диссертациялық жұмыста бейканондық облыстардағы бөлшек-диффузиялық және диффузиялық-толқындық теңдеулер теориясы бойынша жаңа нәтижелер алынған.

1. Грин функциясы әдісімен құрылған Лиувилльдің оң жақты бөлшек туындысы бар дифференциалдық теңдеудің шешімі табылды; регулярлы шешімнің бар болуы мен жалғыздығы шарттары белгіленді.

2. Модельдік облыстарда бірқатар Риман-Лиувилль бөлшек операторлары үшін фундаменталдық шешімдер мен Грин функциялары құрылды; сәйкес шеттік есептердің шешімдері табылды.

3. Тарылатын цилиндрлік емес облыста шексіз жадысы бар бөлшек диффузия теңдеуі үшін регулярлы шешімнің айқын формуласы алынды және есептің белгісіз шекаралық тығыздыққа қатысты Вольтерраның екінші текті интегралдық теңдеуіне келтірілетіні дәлелденді.

4. Азғындаған бұрыштық облыстағы Дирихле есебі үшін шешімнің бөлшек потенциалдар арқылы көрінісі алынды, қос қабатты бөлшек потенциалдың секіріс формуласы шығарылды және сәйкес Вольтерра интегралдық теңдеуінің бірімәнді шешілімділігі дәлелденді.

5. Қозғалмалы диагональды шекарасы бар облыстағы диффузиялық-толқындық шеттік есеп үшін салмақ параметрлеріне шарттар орнатуға, сәйкес енгізудің компакттылығын дәлелдеуге мүмкіндік беретін салмақтық тәсіл

әзірленді, Грин функциясы құрылды және классикалық әрі жалпыланған шешімдердің жалғыздығы мен бар болуы туралы теоремалар дәлелденді.

6. Райт ядросы бар интегралдық түрлендірулер зерттелді; Станкович түрлендіруі мен Риман-Лиувилльдің оң жақты операторы үшін коммутациялық қатынастар белгіленді, сондай-ақ сәйкес бөлшек теңдеудің экспоненциалдық шешімдерінің бар болуының секторлық критерийі және құрылымы алынды.

Зерттеудің теориялық және практикалық маңыздылығы.

Диссертациялық жұмыстың теориялық маңыздылығы бөлшек дифференциалдық теңдеулер теориясын және бейканондық облыстардағы математикалық физика теңдеулері үшін шеттік есептер теориясын одан әрі дамытуда. Алынған нәтижелер уақыт бойынша бөлшек туындылары бар теңдеулер үшін Грин функциялары әдісін кеңейтеді, шеттік есептер мен Вольтерраның екінші текті интегралдық теңдеулері арасындағы байланысты нақтылайды, сондай-ақ қозғалмалы шекаралары бар азғындаушы облыстардағы есептерді зерттеудің аналитикалық аппаратын дамытады. Диагональды қозғалмалы шекарасы бар облыстардағы диффузиялық-толқындық есептерге салмақтық тәсілді әзірлеу, сондай-ақ оң жақты бөлшек операторлар үшін Райт ядросы бар интегралдық түрлендірулерді зерттеу елеулі теориялық маңызға ие.

Жұмыстың практикалық маңыздылығы құрылған Грин функциялары, шешімдердің айқын интегралдық формулалары, алынған бағалаулар мен шешілімділік критерийлері бөлшек ретті дифференциалдық теңдеулер үшін тура және кері есептерді зерттеуде, жадысы және қозғалмалы шекаралары бар есептерге арналған есептеу әдістерін әзірлеуде, сондай-ақ күрделі геометриялы орталардағы аномальды диффузия, релаксация және тасымал процестерін математикалық модельдеуде қолданылуы мүмкін екендігінде. Диссертация нәтижелері ғылыми-зерттеу жұмысында, сондай-ақ бөлшек есептеу, математикалық физика теңдеулері және интегралдық теңдеулер бойынша арнайы курстарды дайындауда пайдаланылуы мүмкін.

Қорғауға шығарылатын негізгі қағидалар.

1. Лиувилльдің оң жақты бөлшек туындысы бар сызықтық дифференциалдық теңдеудің шешімі және регулярлы шешімнің бар болуы мен жалғыздығы туралы теоремалар.

2. Модельдік облыстарда Риман-Лиувилль бөлшек операторлары үшін фундаменталдық шешімдер мен Грин функцияларын құру, сондай-ақ шеттік есептер шешімдерінің сәйкес интегралдық көріністері.

3. Тарылатын цилиндрлік емес облыста шексіз жадысы бар бөлшек диффузия теңдеуі үшін шеттік есептің регулярлы шешімінің бар болуы және есепті Вольтерраның екінші текті интегралдық теңдеуіне келтіру.

4. Азғындаған бұрыштық облыста бөлшек диффузиялық теңдеу үшін Дирихле есебі шешімінің бар болуы мен жалғыздығы, қос қабатты бөлшек потенциалдың секіріс формуласы, сәйкес Вольтерраның екінші текті интегралдық теңдеуінің бірімәнді шешілімділігі.

5. Қозғалмалы диагональды шекарасы бар облыстағы диффузиялық-толқындық шеттік есептің салмақтық функционалдық қойылымы, есептің Грин функциясы, классикалық және жалпыланған шешімдердің бар болуы мен жалғыздығы туралы теоремалар.

6. Станкович түрлендіруі мен Риман-Лиувилльдің оң жақты операторы үшін коммутациялық формулалар, сондай-ақ оң жақты туындысы бар бөлшек теңдеудің экспоненциалдық шешімдерінің бар болуының секторлық критерийі.

Жүргізілген зерттеулердің дұрыстығы мен негізділігі.

Диссертацияда алынған нәтижелердің дұрыстығы мен негізділігі қарастырылатын есептердің қатаң математикалық қойылымымен, бөлшек есептеудің, арнайы функциялар теориясының, интегралдық түрлендірулер мен интегралдық теңдеулер теориясының апробацияланған әдістерін қолданумен, сондай-ақ дәлелдемелердің толықтығы және логикалық аяқталғандығымен қамтамасыз етіледі. Барлық негізгі нәтижелер аналитикалық түрде алынған және қолданылатын түрлендірулердің, соның ішінде интегралдау мен дифференциалдау ретін ауыстырудың, шектік өтулердің және интегралдардың жинақталуын зерттеудің рұқсат етілетіндігін дәйекті негіздеумен сүйемелденеді. Құрылған Грин функциялары мен шешімдердің интегралдық көріністері шекаралық шарттарды ескере отырып, бастапқы теңдеулерге тікелей қою арқылы тексеріледі. Жалғыздық теоремалары энергетикалық тождестволарға, сәйкес функционалдық кластардың қасиеттеріне және Вольтерра интегралдық теңдеулерінің бірімәнді шешілімділігіне сүйенеді. Бар болу теоремалары конструктивті сипатқа ие және айқын формулаларға, потенциалдарға және тізбекті жуықтауларға негізделген. Дұрыстықтың қосымша дәлелі ретінде алынған нәтижелердің бөлшек теңдеулердің жалпы теориясының белгілі қағидаларымен және олардың табиғи шектік жағдайларымен үйлесімділігі қызмет етеді.

Жарияланымдар.

Диссертацияның негізгі нәтижелері Web of Science Core Collection және Scopus деректер базаларына кіретін [49-53] жұмыстарда жарияланды.

1. Omarov M.T., A.V. Pskhu, Ramazanov M.I. The first boundary value problem for the fractional diffusion equation in a degenerate angular domain. Қарағанды университетінің хабаршысы. «Математика» сериясы. 2024. № 1(113). 162-173-б. <https://doi.org/10.31489/2024M1/162-173>, (Q2)

2. Ramazanov, M.I., Gulmanov, N.K., Kopbalina, S.S., Omarov M.T. Solution of a Singular Integral Equation of Volterra Type of the Second Kind. Lobachevskii J Math 45, 5898-5906 (2024). <https://doi.org/10.1134/S1995080224606830>. (Q2)

3. Ramazanov M.I., Gulmanov N.K., Omarov M.T. On Solving a Singular Volterra Integral Equation. Filomat 39:11 (2025), 3647-3656. <https://doi.org/10.2298/FIL2511647R> (Q2)

4. A.D. Akhmetshin, M.T. Omarov, R.Z. Toleukhanova. A Boundary Value Problem for a Time-Fractional Diffusion Equation in a Non-Cylindrical Shrinking Domain. Bulletin of the Karaganda University. Mathematics Series, No. 1(121), 2026, pp. 37-54. <https://doi.org/10.31489/2026M1/37-54>.

5. M. T. Omarov, M. I. Ramazanov. Boundary Value Problem for the Fractional Diffusion Equation with the Right-Sided Liouville Operator in a Triangular Domain. Lobachevskii Journal of Mathematics, 2026, Vol. 47, No. 2, pp. 625-635

Тезистер:

1. Omarov M.T., A.V. Pskhu, Ramazanov M.I. Азғындаушы бұрыштық облыста бөлшек диффузия теңдеуі үшін бастапқы-шеттік есеп. Қазақстан Республикасы Ғылым күніне арналған дәстүрлі халықаралық сәуір математикалық конференциясы. Тезистер жинағы. Алматы: Математика және математикалық модельдеу институты. 2024. 177-б.;

2. Омаров М.Т., Псху А.В., Рамазанов М.И. The initial boundary value problem for fractional diffusion equations within a degenerate angular domain. Ресей Ғылым академиясының академигі Виктор Антонович Садовничийдің туғанына 85 жыл толуына арналған «Ғылымдар шоқжұлдызындағы математика» халықаралық ғылыми конференциясы;

3. Гульманов Н.К., Омаров М.Т., Танин А.О. Жылуөткізгіштік есептерінің Вольтерра типті сингулярлы интегралдық теңдеуін шешу. International Scientific Conference Actual Problems Of Applied Mathematics And Information Technologies - Al-Khwarizmi 2024;

4. Рамазанов М.И., Гульманов Н.К., Омаров М.Т. Азғындаушы облыстардағы параболалық есептер туралы. «Аралас типті теңдеулер және қазіргі анализдің сабақтас мәселелері» халықаралық ғылыми конференциясы, 2025 жылғы 11-14 наурыз, Нальчик, Кабардино-Балқар Республикасы, Ресей;

5. Омаров М.Т., Рамазанов М.И., Танин А.О., Шаяхметова Б.К. Бөлшек дифференциалдық теңдеулермен байланысты кері есептерді шешу үшін нейрондық желілерді қолдану. «Ғылымдағы, техникадағы және индустриядағы жасанды интеллект және кері есептер» Еуразиялық халықаралық ғылыми конференциясының баяндамалар жинағы, 2025 жылғы 14-16 сәуір;

6. М.Т. Омаров, А.В. Псху, М.И. Рамазанов. Үшбұрышты облыста Лиувилльдің оң жақты операторы бар бөлшек диффузия теңдеуі үшін шеттік есептің шешімі. Қазақстан Республикасы Ғылым күніне арналған дәстүрлі халықаралық сәуір математикалық конференциясы. Тезистер жинағы. Алматы: Математика және математикалық модельдеу институты, 2025. 301 б.;

7. Гульманов Н.К., Омаров М.Т., Танин А.О. Жылуөткізгіштік есептерінің Вольтерра типті сингулярлы интегралдық теңдеуін шешу. Іргелі ғылым және ХХІ ғасыр басымдықтары: халықаралық ғылыми-практикалық конференция материалдары (2024 жылғы 29 қараша). Астана: М.В. Ломоносов атындағы Мәскеу мемлекеттік университетінің Қазақстан филиалы, 2025. 747 б.;

8. M.T. Omarov, A.V. Pskhu, M.I. Ramazanov. On A Linear Differential Equation With A Right-Sided Liouville-Weyl Fractional Derivative. «Анализдің, дифференциалдық теңдеулердің және алгебраның өзекті мәселелері» халықаралық конференциясы (EMJ-2025);

9. Омаров М.Т., Псху А.В., Рамазанов М.И. Лиувилльдің оң жақты туындысы бар бөлшек диффузия: үшбұрышты облыстағы шеттік есеп. International Conference on Mathematics, Mechanics, Information Technologies, and Artificial Intelligence (ICMM&IT 2025). 2025 жылғы 24-26 қыркүйек. Алматы, Қазақстан;

10. Omarov M.T. Boundary value problem for the fractional diffusion equation with a right-sided Liouville operator in a triangular domain. 15th ISAAC Congress, 2025 жылғы 21 шілде - 25 шілде. Өтетін орны: Nazarbayev University, Астана, Қазақстан;

11. М.И. Рамазанов, М.Т. Омаров. Азғындаушы облыстардағы жылуөткізгіштік теңдеуі үшін шеттік есептер және Вольтерра теңдеулері. XVII халықаралық Қазан мектеп-конференциясы «Функциялар теориясы, оның қолданылулары және сабақтас мәселелер» (Қазан, 2025 жылғы 23-28 тамыз);

12. Omarov M.T., Ramazanov M. A boundary value problem for a time-fractional diffusion equation in a non-cylindrical shrinking domain. International Scientific Conference “Trends in Analysis and Differential Equations”. Профессор Батырхан Турметовтің 65 жылдығына арналған. Түркістан.

Алынған нәтижелерді апробациялау.

Диссертацияның негізгі нәтижелері жоғарыда аталған конференциялар мен семинарларда баяндалып, талқыланды.

Докторанттың әрбір жарияланымды дайындауға қосқан үлесі.

Ғылыми консультанттармен және бірлескен авторлармен бірлесіп жазылған негізгі 5 жұмыста ғылыми консультанттар есептің қойылымын тұжырымдап, зерттеу әдіснамасын айқындады, ал докторант негізгі және қосалқы нәтижелерді өз бетінше тұжырымдап, оларды дәлелдеді.

Диссертацияның құрылымы мен көлемі.

Диссертациялық жұмыс көлемі 144 беттен тұрады және кіріспеден, төрт бөлімнен, қорытындыдан және пайдаланылған әдебиеттер тізімінен құралған. Математикалық тұжырымдардың (теоремалардың, леммалардың, ескертпелердің) және формулалардың нөмірленуі үш таңбалы: бірінші цифр тарау нөмірін, екінші цифр бөлім нөмірін, үшінші цифр математикалық тұжырымның немесе формуланың өзінің реттік нөмірін білдіреді.

Пайдаланылған дереккөздер саны: 73.

Кілт сөздер. Диффузия, бөлшек ретті дифференциалдық теңдеулер, толқындық теңдеулер, Грин функциясы, азғындаған бұрыштық облыс.